**ESERCIZI TRIGONOMETRIA**

1. In un generico rettangolo, si indichi con *x* l’angolo che una diagonale forma con un lato. Si esprima in funzione di *x* il rapporto tra i raggi delle due circonferenze inscritte nei triangoli isosceli individuati dalle due diagonali. Sempre in funzione di *x*, si esprima la lunghezza del segmento *d* congiungente i centri delle due circonferenze.

* , 

2. Sulla semiretta *s* di origine O si segni il punto H a distanza *b* da O, e si conduca per esso la perpendicolare *p* a *s*. Sia *t* la semiretta con origine nel medesimo punto O, che incontra *p* nel punto P, e sia . Indicata con *n* la perpendicolare al segmento PO condotta da H, sia C il punto in cui *n* interseca la bisettrice dell’angolo delimitato dalle semirette *t* e *p*, con origine in P, esterno al triangolo OPH. Si esprima in funzione di *x* il rapporto tra la misura del raggio della circonferenza di centro C e tangente alle semirette *p* e *t*, e quella dell’altezza del triangolo CPH riferita alla base CH.

* 

3. Indicato con O un vertice di un cubo, sia P un punto su uno spigolo opposto ad O, di vertici A e B. Congiungiamo P con un vertice Q di una faccia avente in comune con quella a cui appartengono O e P lo spigolo di estremi A e B. Si determini la funzione  in funzione dell’angolo . Per quale valore dell’angolo la funzione assume il valore minimo?



B

Q

P

A

O

4. In una circonferenza unitaria si traccino due corde aventi un estremo in comune, ed aventi lunghezza  e . Preso un punto D sull’arco AC che non contiene B, si ponga  e se ne individuino i limiti geometrici. Tracciate le diagonali AC e DB del quadrilatero ABCD:

* 1. Si trovino le ampiezze degli otto angoli che vengono a formarsi;
  2. Si determini la posizione di D che rende massima la lunghezza della diagonale DB;
  3. Si dica per quali valori di *x* risulta .

60°

75°-*x*

45°

75°-*x*

45°

*x*

*x*





D

B

A

* a) vedi figura.

C

60°

* I limiti geometrici possono essere individuati ragionando sulla somma degli angoli interni al triangolo DAC: , da cui segue che  se , e  se . Di conseguenza .
* b) La lunghezza della diagonale DB si trova con il teorema della corda: . Tale lunghezza è massima se .
* c) Si ha .

1. Nel triangolo ABC il lato BC misura 1 e l’ampiezza dell’angolo in A è . Condotte le bisettrici BM e CN, si determini per quale triangolo ABC risulta minima la somma dei raggi delle circonferenze circoscritte ai triangoli BNC e BMC.

[Si ponga . Si applichi il teorema della corda ai triangoli BCM, dove , e BCN, dove . Allora è minima quando il denominatore assume il valore massimo, ovvero 1, ]

6. Un triangolo A B C, isoscele sulla base BC, ha area costante . Si determini, in funzione dell’ampiezza dell’angolo al vertice, il prodotto  del raggio R della circonferenza circoscritta e del raggio r della circonferenza inscritta*.*

A

C

B

[Per il teorema della corda risulta , dove R è il raggio della circonferenza circoscritta. Scriviamo l’area come somma delle aree dei triangoli AOB, AOC, e BOC, dove O è il centro della circonferenza inscritta: ].